

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования,
информационных и обслуживающих технологий

Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

Е.А. Журавлева
« 19 » _____ 2025 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Вариационное исчисление

По направлению подготовки	01.03.01 Математика
Профиль подготовки	Математические и цифровые технологии в образовании
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная
Курс	4 курс

Луганск, 2025

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы высшего образования для подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.01 Математика и профилю «Математические и цифровые технологии в образовании» очной формы обучения.

Рабочая программа учебной дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 8 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональных стандартов, утвержденными Приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (с изменениями и дополнениями); от 22 сентября 2021 г. № 652н; от 20 июля 2022 г. № 425н.

СОСТАВИТЕЛЬ:

доцент кафедры фундаментальной математики ФБГОУ ВО «ЛГПУ», канд. пед. наук, доцент Давыскиба Оксана Викторовна.

Утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики

Протокол от «13» января 2025 г. № 7

Заведующий кафедрой
фундаментальной математики



С.В. Темникова

Одобрена на заседании учебно-методической комиссии Института физико-математического образования, информационных и обслуживающих технологий

Протокол от «15» января 2025 г. № 6

Председатель учебно-методической комиссии
Института физико-математического образования,
информационных и обслуживающих технологий



О.В. Давыскиба

СОГЛАСОВАНО:

Директор Департамента образования



В.В. Савенков

Структура и содержание учебной дисциплины

1. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины «Вариационное исчисление» являются:

- формирование у студентов знаний, умений и навыков, необходимых для приобретения теоретических знаний основ вариационного исчисления;
- освоение методов решения вариационных задач и практических навыков по использованию этих методов в своей профессиональной деятельности.

Задачами освоения учебной дисциплины «Вариационное исчисление» являются:

- формирование у студентов представление об основных понятиях и принципах вариационного исчисления;
- обучение студентов методам решения вариационных задач;
- привитие способности строить математические модели социальных, экономических, физических процессов и явлений, делать выводы из полученных математических результатов;
- приобретение навыков самостоятельной работы с учебной и научной литературой.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина «Вариационное исчисление» входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, учебного плана дисциплин подготовки студентов по направлению 01.03.01 Математика, профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании. Индекс дисциплины Б1.В.12.

Необходимыми условиями для освоения учебной дисциплины являются: **знания** теоремы существования и единственности задачи Коши для систем дифференциальных уравнений; определение, основные понятия функционального анализа, **умения** применять способы решения дифференциальных уравнений, интегрирования и дифференцирования, **навыки** интегрирования, дифференцирования, решения дифференциальных уравнений.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин «Алгебра», «Математический анализ», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные и интегральные уравнения» и служит основой для дальнейшего освоения дисциплин «Теория функций комплексного переменного».

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения	Результаты обучения по дисциплине
Профессиональные		

ПК-4 Способен разрабатывать и применять современные технологии на основе фундаментальных математических теорий, концепций и методов	ПК-4.1. Понимает значение фундаментальных математических теорий, концепций и методов для решения прикладных задач, способен использовать их при разработке современных цифровых технологий	<p>Знает канонический вид уравнений Эйлера, слабый экстремум, условие Якоби, сильный экстремум, инвариантный интеграл Гильберта, приближенные методы решения вариационных задач;</p> <p>Умеет пользоваться перечисленными понятиями для анализа разных ситуаций, проводить доказательства (выводить формулы) в несложных ситуациях;</p> <p>Владет навыками материалом дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно-исследовательской деятельности и требующие углублённых</p>
	ПК-4.2 Способен планировать и осуществлять деятельность по разработке и применению современных цифровых технологий на основе отбора и использования перспективных направлений исследований в области фундаментальной и прикладной математики	

4. Структура и содержание учебной дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (зач. ед.)	
	Очная форма	Очно-заочная форма
Общая учебная нагрузка (всего)	108 (3,0 зач. ед)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего часов) в том числе:	36	-
Лекции	18	-
Семинарские занятия	-	-
Практические занятия	18	-
Лабораторные работы	-	-
Контрольные работы	-	-
КСР	-	-
Курсовая работа / курсовой проект	-	-
Другие формы организации учебного процесса	-	-
Самостоятельная работа студента (всего часов)	68	-

Форма аттестации	4 Зачет	-
-------------------------	--------------------	----------

4.2. Содержание разделов учебной дисциплины

Тема 1. Основные понятия вариационного исчисления

Предмет, содержание и особенности курса. Структура курса, его значение и место в подготовке инженера. Некоторые классические задачи вариационного исчисления. Функционалы в линейных нормированных пространствах. Основные определения. Необходимое условие экстремума функционала в линейном нормированном пространстве. Основная лемма вариационного исчисления.

Тема 2. Простейшая задача вариационного исчисления

Необходимое условие экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера в квадратурах. Решение задачи Бернулли о брахистохроне. Инвариантный интеграл Гильберта.

Тема 3. Вариационные задачи с фиксированными границами

Постановка вариационных задач с фиксированными границами. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от нескольких функций и производных высших порядков. Уравнение Эйлера-Пуассона. Уравнение Остроградского в задаче поиска экстремалей функционалов от функций многих переменных.

Тема 4. Вариационные задачи с подвижными границами

Постановка вариационных задач с подвижными границами. Необходимое условие экстремума в задачах с подвижными границами. Условие трансверсальности. Экстремали с угловыми точками. Задачи об отражении и преломлении экстремалей. Условия отражения и преломления экстремалей.

Тема 5. Вариационные задачи на условный экстремум

Постановка вариационных задач на условный экстремум. Необходимое условие экстремума в задачах с конечными и дифференциальными связями. Изопериметрическая задача.

Тема 6. Задача Больца

Постановка задачи Больца. Необходимое условие экстремума в элементарной задаче Больца.

Тема 7. Достаточные условия экстремума функционала

Вторая вариация функционала. Достаточные условия сильного и слабого экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления. Условия Якоби, Вейерштрасса и Лежандра.

Тема 8. Приложения вариационных методов

Принцип Гамильтона. Аэродинамическая задача Ньютона. Вариационные принципы механики.

Тема 9. Прямые методы вариационного исчисления

Вариационное уравнение. Построение функционала по вариационному уравнению. Метод Ритца, Бубнова-Галеркина, наименьших квадратов.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов	
		Очная форма	Очно-заочная форма
7 семестр			
1	Тема 1. Основные понятия вариационного исчисления	2	-
2	Тема 2. Простейшая задача вариационного исчисления	2	
3	Тема 3. Вариационные задачи с фиксированными границами	2	
4	Тема 4. Вариационные задачи с подвижными границами	2	
5	Тема 5. Вариационные задачи на условный экстремум	2	
6	Тема 6. Задача Больца	2	-
7	Тема 7. Достаточные условия экстремума функционала	2	
8	Тема 8. Приложения вариационных методов	2	
9	Тема 9. Прямые методы вариационного исчисления	2	
Итого:		18	-

4.4. Практические / семинарские занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов	
		Очная форма	Очно-заочная форма
7 семестр			
1	Тема 1. Основные понятия вариационного исчисления	2	-
2	Тема 2. Простейшая задача вариационного исчисления	2	
3	Тема 3. Вариационные задачи с фиксированными границами	2	
4	Тема 4. Вариационные задачи с подвижными границами	2	
5	Тема 5. Вариационные задачи на условный экстремум	2	-
6	Тема 6. Задача Больца	2	
7	Тема 7. Достаточные условия экстремума функционала	2	-

8	Тема 8. Приложения вариационных методов	2	-
9	Тема 9. Прямые методы вариационного исчисления	2	
Итого:		18	-

4.5. Лабораторные работы

Учебным планом не предусмотрены.

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название раздела / темы	Вид самостоятельной работы	Объем часов	
			Очная форма	Очно- заочная форма
7 семестр				
1	Тема 1. Основные понятия вариационного исчисления	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение домашнего задания.	6	-
2	Тема 2. Простейшая задача вариационного исчисления	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение домашнего задания.	6	-
3	Тема 3. Вариационные задачи с фиксированными границами	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение домашнего задания.	8	-
4	Тема 4. Вариационные задачи с подвижными границами	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение домашнего задания.	8	-
5	Тема 5. Вариационные задачи на условный экстремум	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение	8	-

		домашнего задания.		
6	Тема 6. Задача Больца	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение домашнего задания.	8	-
7	Тема 7. Достаточные условия экстремума функционала	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение домашнего задания.	8	-
8	Тема 8. Приложения вариационных методов	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение домашнего задания.	8	-
9	Тема 9. Прямые методы вариационного исчисления	Самостоятельная проработка теоретического материала. Выполнение домашнего задания.	8	-
Итого:			68	-
	Зачет	Подготовка к зачету	4	-

4.7. Курсовые работы.

Не предусмотрены учебным планом.

5. Методическое обеспечение, образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- *Классические (традиционные) технологии:* проведение лекций и практических занятий
- *Использование электронных образовательных ресурсов* при подготовке к лекциям и практическим занятиям.
- *Проблемная лекция.* Начинается с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Лекция строится таким образом, что деятельность студента по её усвоению приближается к исследовательской. Обязателен диалог преподавателя и студентов.

– *Лекция – консультация*, при которой до 40-50% времени отводится на вопросы студентов. Лекция – консультация наиболее эффективна, если является завершающей лекцией семестра.

– *Элементы алгоритмической технологии*: использование готовых алгоритмов на этапе знакомства с методами решения уравнений определенного типа.

Индивидуальные домашние задания, творческие задания, самостоятельные и контрольные работы выполняются студентами в письменной форме.

6. Формы контроля освоения учебной дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором и преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине в следующих формах:

- письменные домашние задания;
- контрольные работы;
- выполнение практических заданий.

Промежуточный контроль по результатам освоения дисциплины проходит в форме зачета (включает в себя ответ на теоретические вопросы и решение задач).

Система оценивания учебных достижений студентов, оценочные средства представлены в фонде оценочных средств к рабочей программе учебной дисциплины (приложении).

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Бренерман, М.Х. Вариационное исчисление : учебное пособие / М.Х. Бренерман, В.А. Жихарев– Казань : Издательство КНИТУ, 2017. – 148 с. – ISBN 978-5-7882-2198-4. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/79275.html> (дата обращения: 07.05.2023).

2. Лебедев, К. А. Вариационное исчисление : учебное пособие / К. А. Лебедев. – Вологда : Инфра-Инженерия, 2023. – 220 с. – ISBN 978-5-9729-1224-7. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/347501> (дата обращения: 08.05.2023).

3. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. – 2-е изд. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 432 с. – ISBN 5-9221-0628-7. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/59405> (дата обращения: 08.04.2023).

б) дополнительная литература:

1. Богомолова, Е. В. Интегральные уравнения и вариационное исчисление : учебное пособие / Е. В. Богомолова. – Дубна : Государственный

университет «Дубна», 2023. – 136 с. – ISBN 978-5-89847-689-2. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/369323> (дата обращения: 07.05.2023).

2. Моклячук, М. П. Вариационное исчисление. Экстремальные задачи : учебник / М. П. Моклячук. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 428 с. — ISBN 978-5-4344-0695-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91913.html> (дата обращения: 07.05.2023).

в) Интернет-ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com>

2. Электронно-библиотечная система «IPR SMART» : [сайт]. – Режим доступа: <https://www.iprbookshop.ru>.

3. Федеральный портал российского образования : [сайт]. – Режим доступа: www.edu.ru.

4. Научная электронная библиотека : [сайт]. – Режим доступа: www.elibrary.ru.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные занятия: комплект электронных презентаций/слайдов, аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Практические занятия: компьютерный класс, презентационная техника (проектор, экран, компьютер/ноутбук), пакеты ПО общего назначения (текстовые редакторы, графические редакторы).

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет, рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде, и т.п.

9. Лист дополнений и изменений

[illegible]